

2 Mathematica でグラフを描く

1. 関数 Plot を利用してグラフを描く

その説明はメニューバの ヘルプをクリックし、ドキュメントセンターを選択。次に表示画面の検索欄に、Plot を挿入し、ボタン >> をクリックするとコマンド Plot の使い方が表示される。または ?Plot をタイプし実行して表示させてもよい。

- (1) 関数 $f(x)$ を区間 $[a, b]$ でグラフとしてあらわすとき

```
Plot[f[x], {x, a, b}]
```

例 1

```
Plot[Sin[2 x], {x, -Pi, Pi}]
```

Mathematica 9 では、Pl とタイプすれば、下に Plot が表示されるので、クリックする。Plot の下にある ▼ をさらにクリックすると入力形式が示されるので、必要な形式をクリックする。この場合は最初のをクリックする。ここで、必要な関数 Sin[2 x], 次に Tab キーを押し、x を同じ操作で -Pi, Pi と入力し完成させる。勿論、[f[x], {x, a, b}] をタイピングで入力し完成させてもよいし、Pi の代わりに、基本数学アシスタントから π をクリックして挿入させてもよい。入力した式に、タイピングによる変更、または以下の (3) にあるようなオプションも追加できる。

- (2) いくつかの関数 $f(x), g(x), \dots, h(x)$ を区間 $[a, b]$ で同時にグラフとしてあらわすとき

```
Plot[{f[x], g[x], ..., h[x]}, {x, a, b}]
```

の入力形式を用いる。このときは、▼ をクリックし、下の形式を利用する。必要に応じてタイピングで追加して、上のように完成させる。

例 2

```
Plot[{Sin[2 x], x^2}, {x, -Pi, Pi}]
```

- (3) Plot で利用できるオプションは、Plot の下の ▼ をクリックすると形式と一緒に示される 田 (document) をクリックして (または別のセルで ?Plot で開かれる画面の >> をクリックし)、Plot の使い方の画面を開き、詳細とオプションを参照する。オプションを入力するときも、「入力アシスタント」(自動補完機能) が働くのでそれを利用することができる。

- AspectRatio->Automatic (横軸と縦軸の目盛りの比が 1 : 1 に設定される。また、AspectRatio->a とすると画面の横 : 縦 = 1 : a に設定される)
- PlotStyle->RGBColor[a, b, c] (描かれる曲線の色を赤, 緑, 青の比率が a : b : c になる。ただし、 $0 \leq a, b, c < 1$)。RGBColor[a, b, c] の代わりに Hue[a] ($0 \leq a < 1$ で、a に応じて図形の色は変化する) を利用してもよい。

- 独自に、 x 軸の目盛りを $-\pi, \pi$, y 軸の目盛りを $-1, 1$ のようにつけたいときは、`Ticks->{{-Pi,Pi},{-1,1}}` のようにし、最初の `{ }` に x 軸の目盛りを、コンマの後、`{ }` に y 軸の目盛りを挿入し、全体をまた `{ }` で結ぶ。
- `PlotRange ->{{a,b},{c,d}}` (グラフの描く範囲を x 軸方向は a から b まで、 y 軸方向は c から d までと制限して描く)
- グラフ表示の大きさを調整するときは、`ImageSize->300` のようなオプションを利用し、300 の値をいろいろ変化させる。

例 3

```
Plot[{Sin[2 x],x^2},{x,-Pi,Pi},PlotStyle->Hue[0.0]]
```

例題 1 $\sin x$ と $\cos x$ および $\sin x + \cos x$ のグラフを区間 $[-\pi, \pi]$ で描き、 $\sin x + \cos x$ のグラフは、 $\sin x$ と $\cos x$ のグラフの高さを加えて描かれていることを確認せよ。

解：以下のようにしてグラフを描く。

```
Plot[{Sin[x],Cos[x],Sin[x]+Cos[x]},{x,-Pi,Pi},AspectRatio->Automatic,
PlotStyle->{Hue[0.4],Hue[0.6],Hue[0.0]}]
```

2. Mathematica で描くグラフを Word に貼り付ける

例えば、上の例 3 で描かれているグラフを上にもワープロソフト Word に貼り付ける場合。

- (1) グラフをクリックするとオレンジの線で囲まれる。
- (2) 編集メニューからコピーを選択する。
- (3) スタートメニュー（プログラム）から Microsoft Word を起動させて開く。
- (4) Word メニューから貼り付けを選んでクリックする。

このようにすると簡単にワープロソフト Word に、グラフを貼り付けることができる。
(うまくいかなければ、最初に表示される = とグラフの間に `img` とタイプして挿入する。
このとき、`img` の後に選んだグラフが縮小されて表示される。この小さなグラフをクリックするとオレンジの線で囲まれるので、上の 2 へ進む)

表示されたグラフを Word 上で、移動または拡大など変更させるときは、例えば、グラフ上にカーソルをおき、右クリックで表示される図の書式設定を利用する。

3. アニメーション（動画）

関数 `Manipulate` はバージョン 6.0 から登場した新しい機能である。まず以下をタイプタイプして実行してみる。

例 4

```
Manipulate[Plot[Sin[x+t],{x,-Pi,Pi},PlotRange->{{-Pi,Pi},{-1,1}}],
{t,1,5,0.1}]
```

(すなわち,

```
Manipulate[ , {t, 1, 5, 0.1}]
```

の [] 内の空白の部分に, 関数 $\sin(x+t)$ のグラフを出力するプログラム

```
Plot[Sin[x+t], {x, -Pi, Pi}, PlotRange -> {{-Pi, Pi}, {-1, 1}}]
```

を挿入するようにタイプする. Mani をタイプすれば「入力アシスタント」(自動補完機能) が働き形式が自然に入力される.)

ここで, オプション `PlotRange -> {{-Pi, Pi}, {-1, 1}}` は出力されるグラフの範囲を $-\pi \leq x \leq \pi, -1 \leq y \leq 1$ のように定める指令である. Mathematica には, 何も指令がないと与えられた関数によって, グラフの出力範囲を自動的に定める設定がなされている. この範囲をすべてのグラフで一定にするためである. また, 上の `{t, 0, 5, 0.1}` によって t は, 0 から始まり, 0.1 のステップで 5 まで, 0, 0.1, 0.2, ... と値が適用されて, $\sin x, \sin(1.1)x, \sin(1.2)x, \dots, \sin(4.5)x, \sin 5x$ のグラフが順に描かれるようになる.

Manipulate の操作

- (1) アニメーションを見たいときは, スライダーの右にある記号 $+$ をクリックすると, $-$ に変わりその下にアニメーションバーが出現する. その画面で再生キー $\triangleright$ をクリックすると指定したアニメーションが実現される.
- (2) プラスボタンをクリックすると指定したステップだけ増加した値のグラフ表示に変わる. マイナスボタンで, 指定したステップだけ減少した値のグラフ表示に変わる. このように必要に応じてグラフ変化を見ることができるので, 特別な場合でない限り, スライダーを動かす必要はない.
- (3) グラフ画面の右上にあるプラスボタンをクリックするとメニューバが表示され, 設定を初期値の戻すこともできる.

組込み関数 `Manipulate` については, `?Manipulate` で表示される画面にその使い方の説明がある.

Note : 単語 `manipulate` は巧みに操作するという意味である.

例題 2

$\sin x, \sin 3x, \sin 5x, \sin 7x, \sin 9x$ の 5 つのグラフを区間 $[-\pi, \pi]$ で, 値域を $[-1, 1]$ と指定し, 順に赤色で描くアニメーションを作れ.

答 表現したい関数は, k を用いて, `Sin[k*x]` のように定義して次のようにする.

```
Manipulate[Plot[Sin[k*x], {x, -Pi, Pi}, PlotRange -> {{-Pi, Pi}, {-1, 1}},  
PlotStyle -> Hue[0.0]], {k, 1, 9, 2}]
```

すなわち `Manipulate[ , {k, 1, 9, 2}]` の空きのところに以下の

```
Plot[Sin[k*x], {x, -Pi, Pi}, PlotRange -> {{-Pi, Pi}, {-1, 1}},  
PlotStyle -> Hue[0.0]]
```

を入れる。このとき、 k は、1 から 9 まで、2 間隔で適用される。

この組込み関数 `Manipulate` はグラフだけでなく、以下のように数値の値の変化もグラフ同様に操作できる。

例 5

```
Manipulate[(1+1/n)^n,{n,1,50}]
```

4. グラフに点や円を追加して描きたいときは

オプション `=Epilog=` (`Epilog->{ }` の追加) によって、以下のようにすると上の 2) のグラフに、青色で大きな点を追加して描くことができる。

```
Plot[{Sin[x],Cos[x]},{x,-Pi,Pi},PlotStyle->{Hue[0.2],Hue[0.5]},  
Epilog->{Hue[0.6],PointSize[0.1],Point[{0,0}]}
```

点の場合、`{ }` の中に、色、大きさ (`PointSize[0.1]`) の順で、点の位置 (`Point[{0,0}]` に対応) の前に指定するのが約束である。円の場合は `{Hue[0.6],Circle[{0,0},1]}` のように中心 (`{0,0}`)、半径 (1) を指定する。上と同じように色の指定はその前に指定するようにする。

```
Plot[{Sin[x],Cos[x]},{x,-Pi,Pi},  
PlotStyle->{Hue[0.2],Hue[0.5]},AspectRatio->Automatic,  
Epilog->{{Blue,Circle[{0,0},1]},  
Text[Style["円",20],{1,-0.6}]}
```

このようにすると原点を中心とする半径 1 の円が青で、また文字 円 が赤で追加される。このように `Epilog` は矢印のあと、`{{ },{ }}` のようにして、いくつかの図や文字を追加できる。

詳しくは `?Epilog` からヘルプ画面を見てください。

ListAnimate コマンドもあるよ！

アニメーションを実現するために、`ListAnimate` という関数がある。これは、関数 `Table` でたくさんのグラフのリストが用意されているときに利用できる。以下を比べてみてください。まず

```
Table[Plot[Sin[i*x]},{x,-Pi,Pi},PlotRange->{{-Pi,Pi},{-1,1}},  
PlotStyle->Hue[0.0]},{i,1,9,1}]
```

グラフが順に並んで、すべて表示される。次に、`ListAnimate[ ]` の `[ ]` の中に上をすべて選択しコピーして貼り付ける。

```
ListAnimate[Table[Plot[Sin[i*x]},{x,-Pi,Pi},  
PlotRange->{{-Pi,Pi},{-1,1}},PlotStyle->Hue[0.0]},{i,1,9,2}]
```

このとき上のグラフが順に表示されるアニメーション画面になる。

問題

- (1) 関数 $\sin ix$ ($i = 1, 2, 3, 4$) を $[-\pi, \pi]$ で Plot し, i が大きくなるとグラフはどうなるか (Manipulate を用いて調べよ) .
- (2) 関数 $x^2 \sin ix$ ($i = 1, 2, 3, 4$) を $[-2\pi, 2\pi]$ で Plot し (描き), その様子を見て, i が大きくなるとグラフはどうなるか.
- (3) 関数 e^{ix} ($i = 1, 2, 3$) を $[-1, 2]$ 上で Plot し, i が大きくなるとグラフはどうなるか. (指数関数 e^{ix} は `Exp[i*x]` で表記する. ここで, `i` と `x` の間はスペースキを押すか, `*` を入れて, 文字 `ix` ではなく, 式の i と x の積であることを示す)
また, 関数 e^{-ix} ($i = 1, 2, 3$) を $[-1, 2]$ 上で Plot し, i が大きくなるとグラフはどうなるか.
- (4) 関数 $e^x e^{2x}$, $e^x + e^{2x}$, e^{3x} を $[-1, 2]$ 上で Plot し, $e^x e^{2x}$ のグラフがどれかを見つけよ.
- (5) 次の三角関数の和がどのようなグラフを描くか, 観察せよ.

$$\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \frac{1}{7} \sin 7x + \cdots$$

ヒント 三角関数 $\sin x, \frac{1}{3} \sin 3x, \cdots$ の式をすべて書くのが大変だから, 次のように定義する.

```
Clear[f];f[k_,x_:]:= (1/(2k+1))*Sin[(2k+1)*x]
```

さらに関数の和を考えていく. そのために

```
Clear[F];F[n_,x_:]:=Sum[f[k,x],{k,0,n}]
```

と定義し, Manipulate を用いて調べよ

NOTE : Mathematica ではグラフを描くときは細かい点をつないで表示する. その意味でグラフを描くことを「Plot する」という.