

平成24年度日本大学免許状更新講習・選択領域
高校数学の指導にパソコンを生かせるか
-Mathematica の活用を通して-

担当：山本修一
日本大学理工学部
syama@penta.ge.cst.nihon-u.ac.jp

ガイダンス

講習のねらい

OECD の PISA 調査に見られるように、数学における知識の応用に新しい展開が期待されている。数学で学習する概念や数式のイメージ化 (Visualization) は、21 世紀に求められる数学の活用力を育成する確かな方法の一つである。

この講習では、アニメーションプログラムなどを活用し、自分自身でパソコンを操作しながら数学を学ばせることで、

- 数学を学ぶことの意義や数学の良さを実感 (認識) させることができるか。
- 数学のイメージ化が数学的知識の深い理解や活用につながるか。

を検証していく。

時間と内容

(1) 09 時 10 分～10 時 10 分 **Mathematica を使ってみる**

内容：ソフト Mathematica を説明し、実際に操作しながらソフトを体験する。また、フリーソフト Wolfram CDF Player との違いを述べる。

(2) 10 時 10 分～10 時 20 分 休憩

(3) 10 時 20 分～11 時 20 分 **教材をダウンロードして教授する**

内容：下記の教材 (koushu1.cdf, koushu2.cdf) をダウンロードして、数式や概念のイメージ化を検証する。

(i) 簡単な関数を通して見る数学の有用性

(ii) Conceptual understanding 一導関数の理解を通して—

(4) 11 時 20 分～11 時 30 分 休憩

(5) 11 時 30 分～12 時 30 分 **Mathematica を活用して教授する**

内容：積分の概念を理解する数学的活動 (koushu3.cdf)

目標達成度：アンケート形式で回答してもらう評価と試験による評価を合わせて、扱う内容や意義が 60 % 以上理解でき、さらに実際の教育現場における対応の是非についても考察できること。

授業で利用する教材のダウンロード先

<http://www.penta.ge.cst.nihon-u.ac.jp/~syama/Links/koushu.html>

ダウンロードするファイル (いずれも Mathematica Notebook と記されています)

- (1) koushu0.cdf
- (2) koushu1.cdf
- (3) koushu2.cdf
- (4) koushu3.cdf

Mathematica を使ってみる

ここでは、Mathematica でグラフを描くことと CDF ファイルの利用法を説明する。

CDF ファイルは、Mathematica 8 以上またはフリーの CDFPlayer がインストールされているとダブルクリックのみで開くが、Mathematica 7 の場合はそのままダブルクリックで開かないので、CDF ファイルを利用するには、Web 上にある CDF ファイルを自分のパソコンにダウンロードして Mathematica 7 の開くメニューから開く必要がある。

- (1) ダウンロードしたいファイルにカーソルを移動させる。そのときカーソルが手表示に変化するのを確認して**右クリック**する（マウスの右にあるボタンを押す）。このとき、ウインドが開くので項目「**対象をファイルに保存**」を選んでクリックする。
- (2) “名前を付けて保存メニュー”が開くので指定フォルダーを**デスクトップ**とし、ファイル名はそのままにして、かつ**ファイルの種類が CDF ファイルであることを確認**して保存ボタンを押す。（すぐに、デスクトップ上にコピーされてファイル表示されることを確認する）
- (3) パソコンの画面で、
スタート → すべてのプログラム → Wolfram Mathematica → Mathematica 7
と順に選択してソフトを起動する。
- (4) 起動したソフトのファイルメニューから「開く」をクリックすると、ウインドが表示されるが、そのままだと開きたい CDF ファイルが表示されないで、下にある**ファイルの種類を「すべてのファイル」**にする。
- (5) 開きたいファイルが表示されるので、それをクリックで選び、開くボタンを押す
- (6) バージョンに関する警告ウインドが表示されるが OK を押す。
- (7) 動的コンテンツの作動選択画面が表示されたら**作動する**を選ぶ

1. 簡単な数の計算

数の四則計算については、キー操作は、ほぼ電卓と同じようにできる。ただし、計算させて結果を得るには次のことを実行する。

Shift（Sキー）を押しながら Enter（Eキー）を押す

以下、この操作の実行を S+E で表すことにする。

加減は + , - で表されるキーをそれぞれ押す。乗法 × は * またはスペースキーを半スペース空ける。除法 ÷ は / を押す。分数 $1/3$ や π のような実数は、N[1/3] (N は n の大文字) のように N[] の中に数をいれると、小数（6 桁の近似値）として出力されます。

- $2 - 6 =$ は 2 - 6 とタイプして S+E
- $5 \times 7 =$ は 5 * 7 または 5 7 (5 と 7 の間にスペースを入れる) とタイプして S+E
- $8 \div 2 =$ は 8/2 とタイプして S+E
- 2^3 は 2^3 とタイプして S+E, また $\sqrt{2}$ は Sqrt[2] とタイプして S+E
- N[1/3] とタイプして S+E

2. 数式の入力

数式を入力するときは、パレット画面を活用すると便利である．例えば、 π を入力するとき、Pi (P は大文字) とタイプしてもよいが、タイプする代わりに、メニューバからパレットを選び、**数学授業アシスタント画面**を開き、そこにある **Calculator** (表示されていなければ、前にある三角記号をクリックして開く) 画面に表示される、 π をクリックしてもよい．また、 $\frac{100}{3}$ を入力するとき、100/3 とタイプする代わりに、数学授業アシスタント画面の **Typesetting** にある $\frac{\square}{\square}$ をクリックする．このとき、 $\frac{\square}{\square}$ が入力される．キーボードで 100 をタイプすると、分子が 100 と定まる．次に **Tab** キーをクリックすると分母に $\square$ が移り、3 を入力すると $\frac{100}{3}$ が入力される．他の入力も同様にできる．

3. グラフを描く

Plot を利用する．使い方は、簡単に **?Plot** をタイプし実行 (S+E) すると説明画面が表示される．

- (1) 関数 $f(x)$ を、区間 $[a, b]$ 上でグラフとしてあらわすとき

`Plot[f[x],{x,a,b}]`

例 1

`Plot[Sin[x],{x,-Pi,Pi}]`

- (2) いくつかの関数 $f(x), \dots, g(x)$ を、区間 $[a, b]$ 上で同時にグラフとしてあらわすとき

`Plot[{f[x], ..., g[x]},{x,a,b}]`

例 2

`Plot[{Sin[x],Sin[2 x]},{x,-Pi,Pi}]`

- (3) **Plot** で利用できるオプション (グラフの描き方の追加注文) は、上の **Plot** の説明画面から例題を選択 (前の三角記号 $\triangleright$ をクリックし)、さらに表示される画面の **オプション** を選択 (前にある三角記号 $\triangleright$ をクリック) すると表示される．例えば

- **AspectRatio->Automatic** を追加すると、横軸と縦軸の目盛りの比が 1:1 になるようになるグラフが描かれる．ここで **->** は、マイナス **-** と不等号の **>** を続けてタイプする．
- **Hue[a]** (a は $0 \leq a \leq 1$ を満たす実数で、 a が大きくなるにつれて、図形の色は赤、黄、青と変化する) を利用する．赤色のグラフを描きたいときは、**PlotStyle->Hue[0.0]** を後に追加する．**PlotStyle->{Hue[0.0],Hue[0.6]}** のようにすると、先に与えられた関数の並び順に色を対応させることができる．

例 3

`Plot[{Sin[x],Sin[2 x]},{x,-Pi,Pi}, AspectRatio->Automatic,
PlotStyle->{Hue[0.0],Hue[0.6]}]`

上の例 3 のようにオプションは、区間指定 $\{x,a,b\}$ の後にコンマ , で区切って順序に関係なくいくつでも指定できる．

4. アニメーション

Manipulate はバージョン 6.0 (現在は 8.0) から登場した新しい機能である．まず以下をタイプタイプして実行してみる．

例 4

```
Manipulate[Plot[Sin[k*x],{x,-Pi,Pi}, AspectRatio -> Automatic,  
PlotRange->{{-Pi,Pi},{-2,2}}], {k,1,10,1}]
```

(すなわち,

```
Manipulate[  
    ,{k,1,10,1}]
```

の [] 内の空白の部分に、関数 $\sin kx$ のグラフを出力するプログラムを挿入するようにタイプする) ここで、オプション `PlotRange->{{-Pi,Pi},{-2,2}}` は出力されるグラフの範囲を $-\pi \leq x \leq \pi, -2 \leq y \leq 2$ のように定める指令である。Mathematica には、何も指令がないと与えられた関数によって、グラフの出力範囲を自動的に定める設定がなされている。出力されるすべてのグラフの範囲を一定に保つためのオプションである。また、上の `{k,1,10,1}` によって k は、1 から始まり、1 のステップで 10 まで、1, 2, 3, ... と値が順に適用されて、 $\sin x, \sin 2x, \dots, \sin 10x$ のグラフが順に描かれる。

Manipulate の操作 (CDFPlayer でも同じ)

- (1) アニメーションを見たいときは、スライダーの右にある記号 $+$ をクリックすると、 $-$ に変わりその下にアニメーションバーが出現する。その画面で再生キー $\triangleright$ をクリックすると指定したアニメーションが実現される。
- (2) プラスボタンをクリックすると指定したステップだけ増加した値のグラフ表示に変わる。マイナスボタンで、指定したステップだけ減少した値のグラフ表示に変わる。このように必要に応じてグラフ変化を見ることができるので、特別な場合でない限り、スライダーを動かす必要はない。
- (3) グラフ画面の右上にあるプラスボタンをクリックするとメニューバが表示され、設定を初期値に戻すこともできる。

`Manipulate` コマンドについては、`?Manipulate` をタイプし実行する。さらにボタン $\gg$ をクリックするとその使い方が詳細に表示される。

Wolfram CDFPlayer のダウンロード先

<http://www.wolfram.co.jp/products/player/download.cgi>

メールアドレスを記入すると、ウルフラム・リサーチから無償で以下の Setup ファイル `CDFPlayer_8.0.3_WIN` が瞬時にアドレスに送付されてくる。これを適当なフォルダーに保存し、ダブルクリックすればインストールできる。

CDF ファイルの例 (この授業で使用するファイル)

<http://www.penta.ge.cst.nihon-u.ac.jp/~syama/Links/koushu.html>